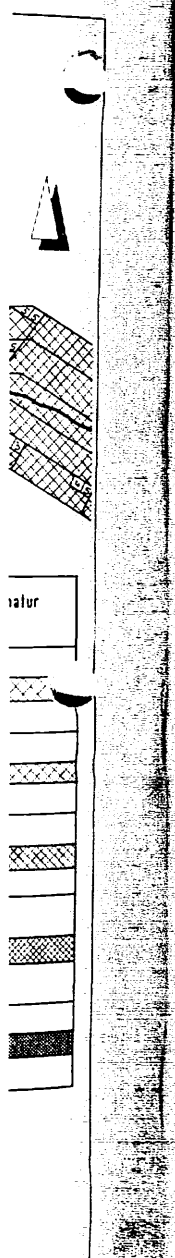


gewässern  
gsrahmen-  
deutsamen  
en für die  
orientierte  
stufenden  
er Rück-  
her Arten  
,  
sserbettes,  
Sukzession  
und funk-  
t werden.  
fte, ökolo-  
n, die der-  
nen ersten  
ung Mittel-  
erbewertung



## Ein universeller Baustein zur Simulation hydrologischer Prozesse

M. W. OSTROWSKI · DARMSTADT

### A universal component for simulating hydraulic processes

Über viele Jahre war die physikalisch begründete Simulation hydrologischer Prozesse wegen fehlender Eingangsdaten schwierig. Die erheblich verbesserte Datendichte läßt nun die Verwendung nicht-linearer Modellansätze zu. Es wird ein Modellbaustein beschrieben, mit dem fast alle hydrologischen Teilprozesse durch bereichsweise Linearisierung der verwendeten Funktionen verbessert abgebildet werden können. Zwei Beispiele weisen dies nach.

For many years the physical based simulation of hydraulic processes was difficult to apply, due to the lack of data. Now with an improved density of data non linear models are applicable. A model approach is introduced, with which nearly all hydraulic problems can

be solved by partial linearization of functions. Two examples are presented.

#### 1 Einleitung

Hydrologische Prozesse laufen nach bekannten Grundsätzen der Energie- und Massenerhaltung ab. Wünschenswert wäre ihre exakte mathematische Beschreibung gemäß den entsprechenden Grundgleichungen. Die hohe Komplexität der Prozesse, die große räumliche Inhomogenität der unter- und oberirdischen Komponenten des Kreislaufs lassen dies jedoch noch

nicht zu. In den letzten Jahrzehnten hat es sich durchgesetzt, diese nichtlinearen Prozesse mit Hilfe linearer Differentialgleichungen 1. Ordnung zu beschreiben. Die Systemhydrologie spricht hier von Einzellinearspeichern und aus ihnen zusammengesetzten seriellen und parallelen Kaskaden. Diese haben den Vorteil, daß sie die Prozesse qualitativ richtig beschreiben und wegen ihrer analytischen Lösung rechentechnisch effizient sind. Ohne Zweifel haben aber Einzellinearspeicher Nachteile bezüglich der Abbildungsschärfe. Die allgemeine Bereitstellung immer schnellerer Rechner bietet nun die Möglichkeit, verbesserte Modellansätze anzuwenden. Ausgehend von der Simulation der Bodenfeuchte hat der Autor [1] ein Simulationsmodul entwickelt, der die Abbildung hydrologischer Prozesse durch bereichsweise Linearisierung nichtlinearer Funktionen zuläßt, ohne den Vorteil der hohen Effizienz aufzugeben. Der Baustein ist so formuliert, daß alle Komponenten des hydrologischen Kreislaufs außer der Belastungsbildung (Schneehydrologie) damit abgebildet werden können.

2 Modellkonzept

Der hydrologische Kreislauf läßt sich durch eine Vielzahl von Speichern beschreiben, zwischen denen Transportprozesse mit Intensitäten erfolgen, die von den Speicherinhalten linear oder nichtlinear abhängen. Werden die nichtlinearen Prozesse stückweise linearisiert, so ergibt sich ein gekoppeltes System bereichsweise gültiger linearer inhomogener Differentialgleichungen 1. Ordnung mit analytischer Lösung. Ein Simulationselement eines solche Systems ist in Bild 1 dargestellt.

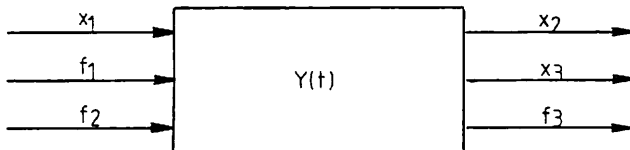


Bild 1 Allgemeine Darstellung eines Speicherelementes

3 Mathematische Formulierung

Die Kontinuitätsgleichung für solche Speichervorgänge ist

$$dy/dt = \Sigma e(t) - \Sigma a(t) \quad [\text{z. B. mm/h; m}^3/\text{s}] \quad [1]$$

$\Sigma e(t)$  = Summe der Eingänge  
 $\Sigma a(t)$  = Summe der Ausgänge

In  $\Sigma e$  und  $\Sigma a$  sind Variable  $x_i$  enthalten, die von  $y$  abhängen.

Die Funktionen, die nicht von  $y$  abhängen, werden als bekannt vorausgesetzt und mit  $f_j(t)$  bezeichnet. Es gilt gemäß Bild 1

$$\Sigma e = x_1 + f_1 + f_2 \quad [2]$$

$$\Sigma a = x_2 + x_3 + f_3 \quad [3]$$

$$dy/dt = x_1 + f_1 + f_2 - x_2 - x_3 - f_3 \quad [4]$$

Zu einem Zeitpunkt  $t$  sei die Variable  $x_i$  linear von  $y(t)$  abhängig

$$x_i = k_i(t) y(t) \quad [5]$$

Gleichung 1 wird somit zu

$$dy/dt = \sum_{j=1}^3 f_j(t) - \sum_{i=1}^3 k_i(t) \cdot y(t) \quad [6]$$

Nimmt man  $k_i$  und  $f_j$  im betrachteten Zeitintervall als unabhängig von der Zeit an und bringt man  $y$  mit der Ableitung  $dy/dt$  auf die linke Seite, so vereinfacht sich die Gleichung zu

$$dy/dt + \sum_{i=1}^3 k_i \cdot y(t) = \sum_{j=1}^3 f_j \quad [7]$$

Die Lösung dieser Gleichung ist bekannt und lautet

$$y(t) = \Sigma f_j / \Sigma k_i (1 - e^{-\Sigma k_i (t-t_0)}) + y_0 \cdot e^{-\Sigma k_i (t-t_0)} \quad [8]$$

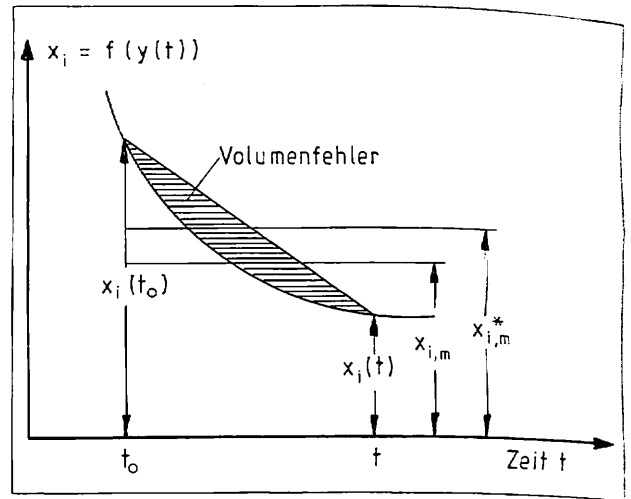


Bild 2 Volumenfehler durch Verwendung des Differenzenquotienten

Um die gewünschte mittlere Intensität des jeweiligen Transportprozesses in einem Zeitintervall zu erhalten, wird häufig das arithmetische Mittel  $x_{i,m}^*$  aus den Werten zum Zeitpunkt  $t_0$  und  $t$  gebildet.

$$x_{i,m}^* = (x_i(t_0) + x_i(t))/2 \quad [9]$$

Dies führt jedoch, besonders im Fall von großen Zeitintervallen (z. B. Tageswerte), zu erheblichen Volumenfehlern. Es ist vorteilhaft, die Gleichung 5 nochmals zu integrieren und dann den Mittelwert  $x_{i,m}$  zu berechnen.

$$x_{i,m} = \frac{1}{t - t_0} \int_{t_0}^t k_i \cdot y(t) \cdot dt \quad [10]$$

Die Unterschiede zwischen Differenzquotient und integrierter Gleichung gehen aus Bild 2 hervor.

In der Systemhydrologie werden die Intensitäten der Transportprozesse im allgemeinen über die Rekursionsformel bestimmt. Es ist aber sowohl inhaltlich wie auch rechentechnisch vorteilhaft, den momentanen Zustand eines Systems über die Zustandsgrößen, d. h. die Speicherinhalte, festzulegen.

Um nichtlineare Funktionen  $x = f(y)$  abzubilden, werden sie zwischen vorzugebenden Stützstellen  $y_{L-1,LE}$  linearisiert. Eine weitere Ursache für Volumenfehler ist die Verwendung einer Integrationskonstanten über den festgelegten Gültigkeitsbereich hinaus; dies bedeutet, daß sich im verwendeten Zeitintervall die linearisierte Neigung  $k_i$  der Funktion  $y$  ändert. Die auftretenden Volumenfehler sind von beachtlicher Größenordnung und treten zufällig auf. Sie pflanzen sich über den gesamten Simulationszeitraum fort. Das Problem wurde zum Beispiel von Grotehusmann und Semke [2] für das Kalinin-Miljukov-Verfahren beschrieben. Bild 3 zeigt die Ursache für den Volumenfehler. Dieser Volumenfehler läßt sich verhindern, indem exakt bis zur Bereichsgrenze  $y^*(t^*)$  des gültigen  $k_{i,L}$  gerechnet wird. Bis zur Endspeicherfüllung  $y(t)$  wird die neue Integrationskonstante  $k_{i,L+1}$  verwendet. Um die Gültigkeitsdauer der Integrationskonstanten festzustellen, wird in Gleichung 8 für  $y(t)$  der Speicherwert bei Bereichswechsel  $y^*$  eingesetzt und die Gleichung nach  $t^* - t_0$  aufgelöst.

$$(t^* - t_0) = -1/\Sigma k_i \ln (y^* - \Sigma f_j / \Sigma k_i) / (y_0 - \Sigma f_j / \Sigma k_i) \quad [11]$$

$t^* - t_0$  ist die Zeit, die zur Auffüllung des Speichers bis  $y^*$  erforderlich ist. Der verbleibende Rest des Zeitintervalls wird zu  $t - t_0 + t^*$ . Diese Restzeit wird mit der neuen Konstanten berechnet. Sollte wiederum eine Bereichsgrenze überschritten werden, so wird die Verfahrensweise wiederholt, bis das gesamte Intervall abgearbeitet ist.

4 Anwendungsmöglichkeiten

Die Vorteile des bereichsweise linearen Speichers gegenüber dem Linearspeicher sollen anhand von zwei Beispielen aufgezeigt werden.

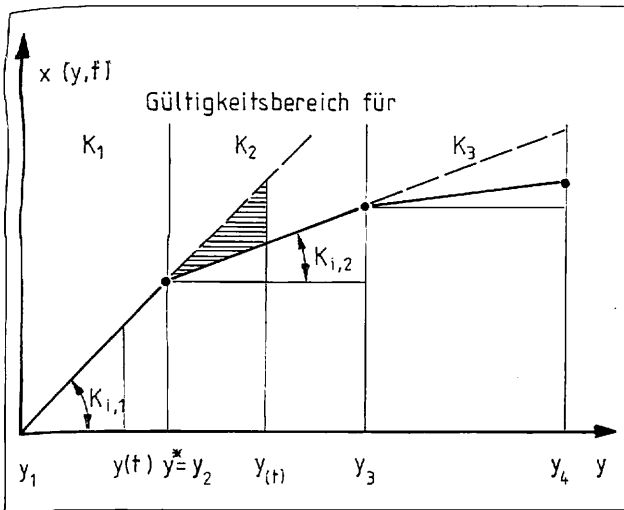


Bild 3 Volumenfehler durch Verwendung der falschen Integrationskonstanten

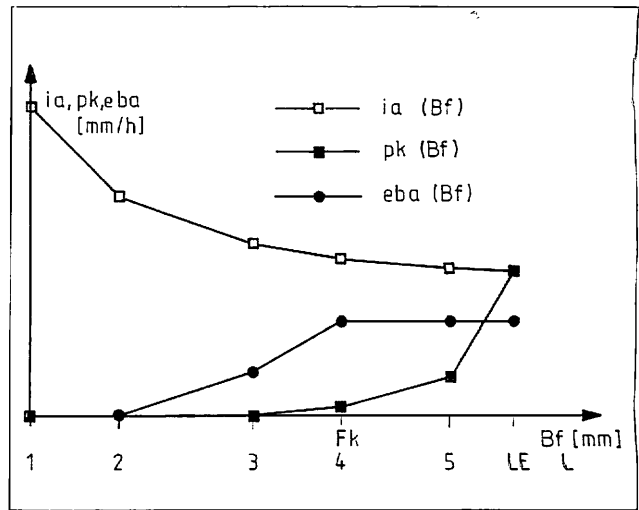


Bild 4 Definition der Bodenfeuchte durch die Prozesse Infiltration, Perkolation, aktuelle Verdunstung

#### 4.1 Simulation der Bodenfeuchte

Die Feuchte der durchwurzelten Bodenzone wird auf der Grundlage der Bilanzgleichung simuliert:

$$dBf/dt = ia(t) - pk(t) - eba(t) \quad [12]$$

- Bf = Feuchte des durchwurzelten Bodenspeichers [mm]
- ia(t) = aktuelle Infiltrationsrate [mm/h]
- pk(t) = Perkulationsrate (Sickerrate) [mm/h]
- eba(t) = aktuelle Evaporationsrate [mm/h]

Die Raten ia(t), pk(t) und eba(t) sind nichtlineare Funktionen der Bodenfeuchte Bf(t).

Die gewählten Funktionen werden an den Stützstellen L mit den folgenden Ansätzen berechnet:

Die potentielle Infiltration berechnet sich nach dem Ansatz von Holtan [3]

$$ip_L = a \cdot (Bf_{max} - Bf_L)^{1.4} + pk_{LE} \quad [13]$$

Die Perkolation wird nach dem von Bear [4] beschriebenen Ansatz berechnet.

$$pk_L = pk_{LE} \cdot ((Bf_L - 0.7 Fk) / (Bf_{max} - 0.7 Fk))^3 \quad [14]$$

$$\begin{aligned} &\text{für } Bf > 0.7 Fk \\ &= 0 \text{ für } Bf < 0.7 Fk \end{aligned} \quad [15]$$

Für das Verhältnis aktueller/potentieller Verdunstung eb wird folgender Ansatz vorgesehen

$$eb_L = 0 \quad \text{für } Bf < 0.2 \cdot Fk \quad [16]$$

$$= ((Bf_L - 0.2 Fk) / (0.7 Fk - 0.2 Fk)) \quad \text{für } 0.2 Fk < Bf < 0.7 Fk \quad [17]$$

$$= 1 \quad \text{für } Bf > 0.7 Fk \quad [18]$$

Dies Verhältnis wird mit der jeweiligen potentiellen Verdunstung ebp multipliziert.

$$Bf_{max} = \text{max. Bodenfeuchte} \quad [mm]$$

$$Fk = \text{nutzbare Feldkapazität} \quad [mm]$$

$$pk_{LE} = \text{gesättigte hydraulische Leitfähigkeit} \quad [mm/h]$$

Eingesetzt in Gleichung 12 ergibt sich folgende Gleichung

$$\begin{aligned} dBf/dt = & a (Bf_{max} - Bf)^{1.4} + pk_{LE} \\ & - pk_{LE} ((Bf - 0.7 Fk) / (Bf_{max} - 0.7 Fk))^3 \\ & - ebp \cdot eb_L \end{aligned} \quad [19]$$

Das Bodenfeuchtemodell wurde auf eine Reihe von Lysimetern in Nordrhein-Westfalen angewendet, die Ergebnisse sind in [1] ausführlich erläutert. Zahlreiche Anwendungen auf kleine Untersuchungsgebiete [5] und große Einzugsgebiete [6] weisen die zuverlässige Abbildung der Bodenfeuchteprozesse durch diesen Ansatz nach.

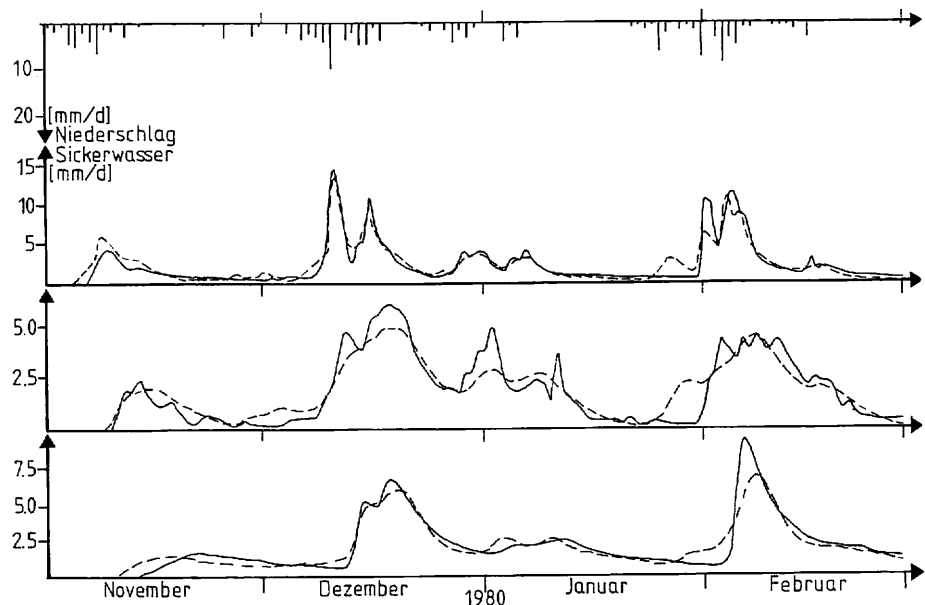


Bild 5 Simulationsergebnisse für die Station Senne

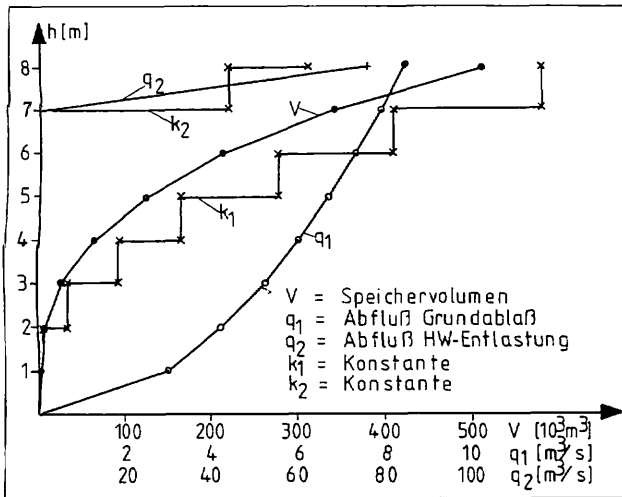


Bild 6 Kennlinien der Speicherberechnung

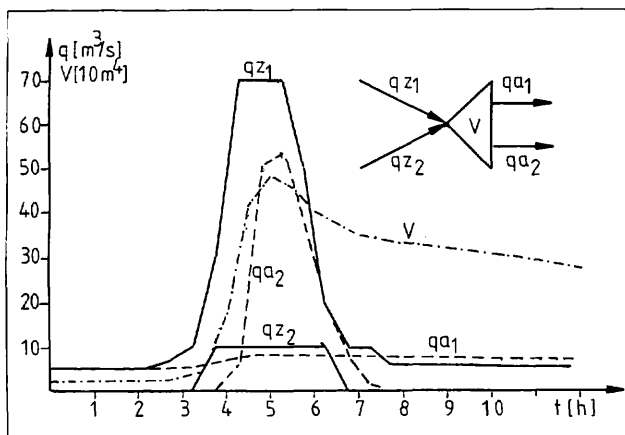


Bild 7 Ergebnisse der Speicherretentionsrechnung

Bild 5 zeigt die Simulationsergebnisse einer Frühjahrsperiode mit intensiver Perkolation an drei Lysimeterbecken der Senne-station.

#### 4.2 Simulation der Retentionswirkung in Speichern und Flußauen

Das Verhalten eines Oberflächenspeichers (Talsperre, Rückhaltebecken) wird geprägt durch die Beckeninhaltslinie  $V(h)$  und die Drosselfunktion  $q_a(h)$ . Die Kontinuitätsgleichung lautet:

$$dV/dt = \sum_{j=1}^{JF} qz_j(t) - \sum_{L=1}^{LF} qa_L(t) \quad [m^3/s]$$

Die Speicherkennlinien sind in Bild 6 dargestellt. Für korrespondierende Höhen der Kennlinien lassen sich die Funktionen  $q_{a_i} = f(V)$  bestimmen. Im Gegensatz zu dem vorherigen Beispiel wird die Funktion ohnehin punktförmig ermittelt. Zwischen den Stützstellen der Funktion ergibt sich dann wiederum der stückweise lineare Ansatz  $q_{a_i} = k_{i1} \cdot V$ .

Bild 7 zeigt die Ergebnisse einer Speicherberechnung für eine Hochwasserwelle.

Ein weiterer Vorteil der gewählten Abbildungsform ist ihre Eignung für die Steuerung von Speichersystemen. Innerhalb eines Zeitschritts können die Abgaben  $q_{a_i,m}$  an verschiedenen Speichern iterativ so gewählt werden, daß eine Optimierung der Abgaben im Hinblick auf ein vorzugebendes Optimalitätskriterium mit angemessenem rechnerischem Aufwand bei hoher Genauigkeit erreicht werden kann.

Für Flußauen mit hoher Speicherkapazität in den Vorländern lassen sich analog Funktionen des Wasserstandes bestimmen und so eine quasi nicht-lineare Form des Kalinin-Miljukov-Verfahrens oder des Muskingum-Ansatzes entwickeln.

#### 5 Weitere Anwendungsfelder

Der Modul wurde inzwischen so generalisiert, daß auch weitere Teilprozesse damit bearbeitet werden können. Dies sind im wesentlichen

- Interzeption nach dem Zweispeicherkonzept [7]
- Bodenzwischenabfluß
- Grundwasserbürtiger Abfluß
- Regentlastungen
- Aufteilungsbauwerke

Die Verwendung eines universellen Bausteins hat zusätzlich deutliche Vorteile für die verbesserte vereinheitlichte Erarbeitung von Eingangsdaten für komplexe Modelle. Es hat sich gezeigt, daß sich viele der nichtlinearen Funktionen  $x_i = f(y)$  wegen höherer physikalischer Signifikanz aus objektiven Grundlagendaten ableiten lassen.

Ein letzter Vorteil der erarbeiteten Methodik ist ihre Eignung für die simultane Abbildung von Güteprozessen im hydrologischen Kreislauf durch reaktionskinetische Ansätze erster Ordnung. Selbst bei Einbeziehung der Güteprozesse bleiben die resultierenden Differentialgleichungen analytisch lösbar.

#### Schrifttum

- [1] Ostrowski, M. W.: The effect of data accuracy on the results of soil moisture modeling. XX General Assembly of the IUGG, Vienna, August 1991.
- [2] Grotheusmann, D.; Senke, M.: KMROUT. Ein hydrologisches detailliertes Kanalnetzrechnungsmodell. Stadtentwässerung und Gewässerschutz, Heft 13, 1990.
- [3] Holtan, H. N.: A concept for infiltration estimates in watershed engineering, U.S. Department of Agriculture, 1961.
- [4] Bear, J.: Dynamics of fluids in porous media, American Elsevier Environmental Science Series.
- [5] Ostrowski, M. W.: An attempt to verify a model without calibration - a step towards regionalization. European Conference on research and experimental basins, Wageningen, 1990.
- [6] LWA, Landesamt für Wasser und Abfall: LWA-Materialien: Mathematische Modelle in der Wasserwirtschaft, Düsseldorf 1988.
- [7] Hoffmann, H.-D.: Modellierung der Interzeption von Waldbeständen und Überlegungen zur Regionalisierung der Modellparameter. Deutsche Forschungsgemeinschaft, Senatskommission für Wasserforschung, Arbeitsmaterialien zur Regionalisierung hydrologischer Parameter, Bonn, 1990.

#### Ordnungsrahmen

DK 556.08.001.36

[C1]

#### Hydrologie - Simulation

Hydrology - Simulation  
Hydrologie - Simulation

#### Anschrift des Verfassers

Prof. Dr.-Ing. M. W. Ostrowski, Institut für Wasserbau, Technische Hochschule Darmstadt, 6100 Darmstadt